

© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Medio

Prueba 2

9 de mayo de 2023

Zona A tarde | Zona B mañana | Zona C tarde

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

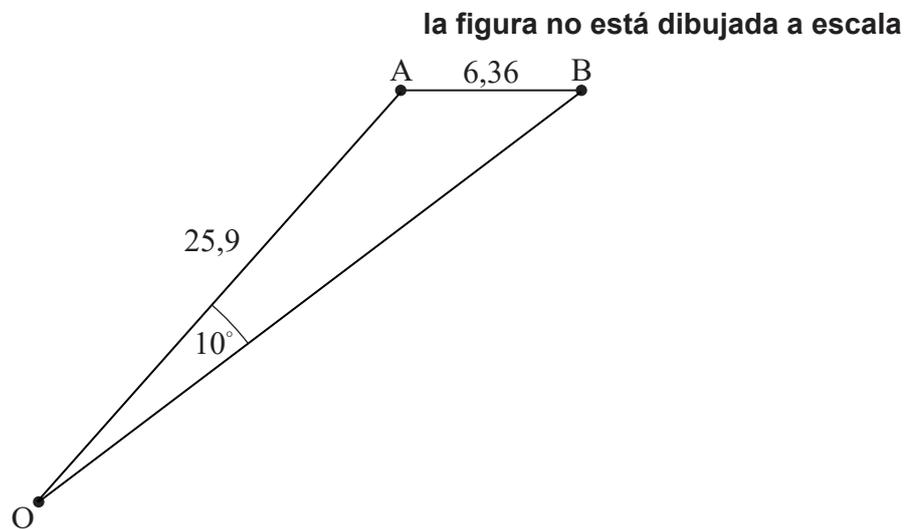
Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 17]

La figura muestra una serie de puntos en un parque visto desde arriba en un instante concreto.

La distancia entre dos árboles, situados en los puntos A y B, es igual a 6,36 m.

Odette está jugando al fútbol en el parque y se encuentra en el punto O, siendo $\hat{A}OB = 10^\circ$, $OA = 25,9\text{m}$ y $\hat{O}AB$ es obtuso.



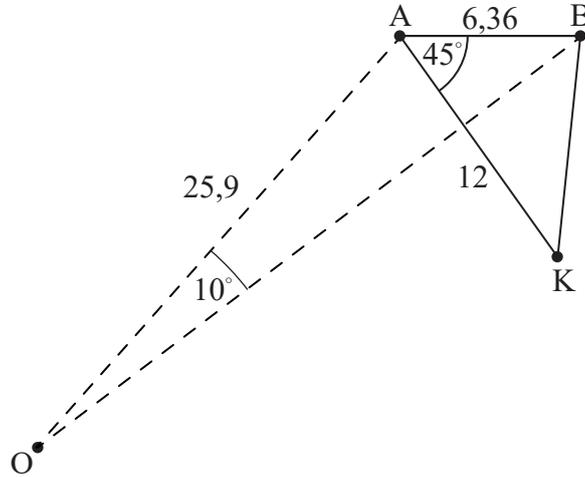
- (a) Calcule el valor de $\hat{A}BO$. [3]
- (b) Calcule el área del triángulo AOB. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

Khemil —amigo de Odette— se encuentra en el punto K, que está a 12 m de A y siendo $\widehat{KAB} = 45^\circ$.

la figura no está dibujada a escala

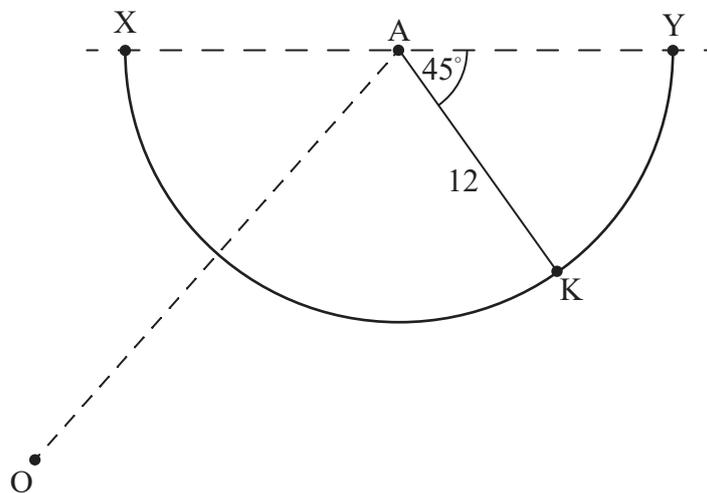


(c) Calcule a qué distancia de B está Khemil.

[3]

XY es un camino semicircular que hay en el parque, con centro en A y tal que $\widehat{KAY} = 45^\circ$. Khemil está de pie, en el camino, y el balón de fútbol de Odette se encuentra en el punto X. Toda esta información se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



La longitud $KX = 22,2\text{m}$, $\widehat{KOX} = 53,8^\circ$ y $\widehat{OKX} = 51,1^\circ$.

(d) Halle quién de los dos —Odette o Khemil— está más cerca del balón de fútbol.

[4]

Khemil corre por el camino semicircular para coger el balón.

(e) Calcule la distancia que corre Khemil.

[3]

Véase al dorso

2. [Puntuación máxima: 15]

Daina hace péndulos para venderlos en un mercado. Tiene previsto hacer 10 péndulos el primer día y, a partir de ahí, hacer cada día 6 más de los que hizo el día anterior.

- (a) Calcule el número de péndulos que hará el 12.º día. [3]

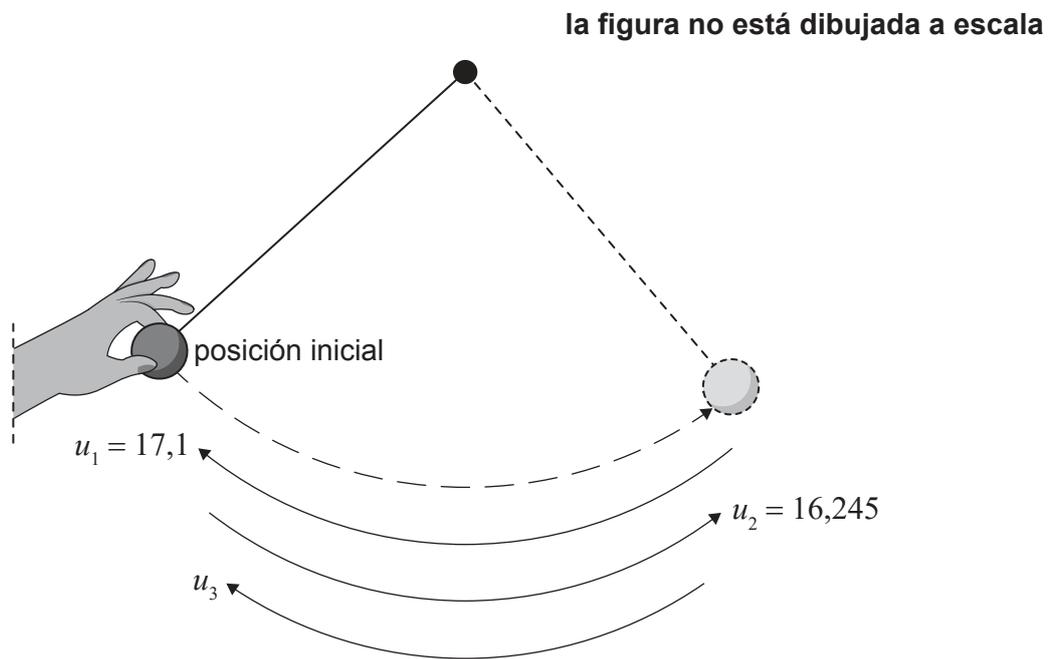
Daina tiene previsto hacer péndulos durante un **total** de 15 días, y tener suficientes para vender en el mercado.

- (b) Calcule el número total de péndulos que tendrá para vender en el mercado. [2]

A Daina le gustaría tener al menos 1 000 péndulos para vender en el mercado y, por consiguiente, decide aumentar su producción. Aún planea hacer 10 péndulos el primer día pero, a partir de ahí, cada día hará x más de los que hizo el día anterior.

- (c) Sabiendo que estará haciendo péndulos durante un total de 15 días, calcule el mínimo valor entero de x que se necesita para que Daina logre su objetivo. [3]

Daina pone a prueba uno de sus péndulos. Suelta la bola que tiene el péndulo en su extremo para que oscile libremente. El punto en el que la suelta aparece rotulado como la “posición inicial” en la parte izquierda de la siguiente figura. Daina empieza a medir la distancia que recorre la bola **después** de que haya llegado al otro extremo de la oscilación, representado en la parte derecha de la figura.



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 2: continuación)

En cada oscilación sucesiva, la distancia que recorre la bola es un 95% de la distancia anterior. En la primera oscilación que Daina mide, la bola ha recorrido una distancia de 17,1 cm. En la segunda oscilación que Daina mide, ha recorrido una distancia de 16,245 cm.

- (d) Calcule la distancia que ha recorrido la bola en la 5.^a oscilación que Daina mide. [3]
- (e) Calcule la distancia total que ha recorrido la bola en las 16 primeras oscilaciones que se han medido. [2]
- (f) Calcule la distancia que recorrió la bola antes de que Daina empezara a medir. [2]

Véase al dorso

3. [Puntuación máxima: 15]

Una científica está realizando un experimento sobre el crecimiento de una determinada especie de bacteria.

La población (P) de estas bacterias se puede modelizar mediante la función

$$P(t) = 1\,200 \times k^t, \quad t \geq 0,$$

donde t es el número de horas que han transcurrido desde que empezó el experimento y k es una constante positiva.

- (a) (i) Escribe el valor de $P(0)$.
(ii) Interprete lo que significa este valor en este contexto. [2]

3 horas después de que empezara el experimento, la población de estas bacterias era igual a 18 750.

- (b) Halle el valor de k . [2]
(c) Halle cuál era la población de bacterias 1 hora y 30 minutos después de que empezara el experimento. [2]

La científica realiza un segundo experimento con una especie diferente de bacterias. La población (S) de estas bacterias se puede modelizar mediante la función

$$S(t) = 5\,000 \times 1,65^t, \quad t \geq 0,$$

donde t es el número de horas que han transcurrido desde que empezaran los dos experimentos.

- (d) Halle el valor de t cuando las dos poblaciones de bacterias son iguales. [2]

Tienen que transcurrir 2 horas y m minutos para que el número de bacterias del segundo experimento llegue a 19 000.

- (e) Halle el valor de m ; dé la respuesta como un número entero. [4]

Las bacterias del segundo experimento están creciendo dentro de un recipiente. Según el modelo que desarrolla la científica, el volumen de cada bacteria del segundo experimento es $1 \times 10^{-18} \text{ m}^3$, y el volumen disponible en el interior del recipiente es igual a $2,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3$.

- (f) Determine cuánto tiempo tardarán las bacterias en llenar el recipiente. [3]

4. [Puntuación máxima: 17]

Se afirma que hay un nuevo remedio que cura al 82% de los pacientes que presentan una condición médica concreta.

Este remedio lo van a utilizar 115 pacientes y se supone que la afirmación del 82% de curación es cierta.

- (a) Halle la probabilidad de que se curen exactamente 90 de estos pacientes. [3]
- (b) Halle la probabilidad de que se curen al menos 95 de estos pacientes. [2]
- (c) Halle la varianza del número posible de pacientes que se curarán. [2]

La probabilidad de que se curen al menos n pacientes es menor del 30%.

- (d) Halle el valor más pequeño de n . [3]

Hay una clínica que está interesada en saber si la media del tiempo de recuperación de los pacientes que han probado el remedio nuevo es menor que el de aquellos pacientes que siguieron tomando el remedio antiguo. Para ello, la clínica eligió al azar a algunos de sus pacientes y fue anotando su tiempo de recuperación (en días). Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

	Tiempo de recuperación (días)								
Grupo N (remedio nuevo)	12	13	9	13	14	15	17		

	Tiempo de recuperación (días)									
Grupo O (remedio antiguo)	17	11	10	18	20	22	14	15	18	

Se supone que los datos siguen una distribución normal y que la varianza de la población es igual para los dos grupos. Se utiliza una prueba t de Student para comparar las medias de los dos grupos a un nivel de significación del 10%.

- (e) Indique la hipótesis nula y la hipótesis alternativa que son apropiadas para esta prueba t de Student. [2]
- (f) Halle el valor del parámetro p correspondiente a esta prueba. [2]
- (g) Indique la conclusión que se puede extraer de esta prueba. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]
- (h) Explique qué representa el valor del parámetro p . [1]

Véase al dorso

5. [Puntuación máxima: 16]

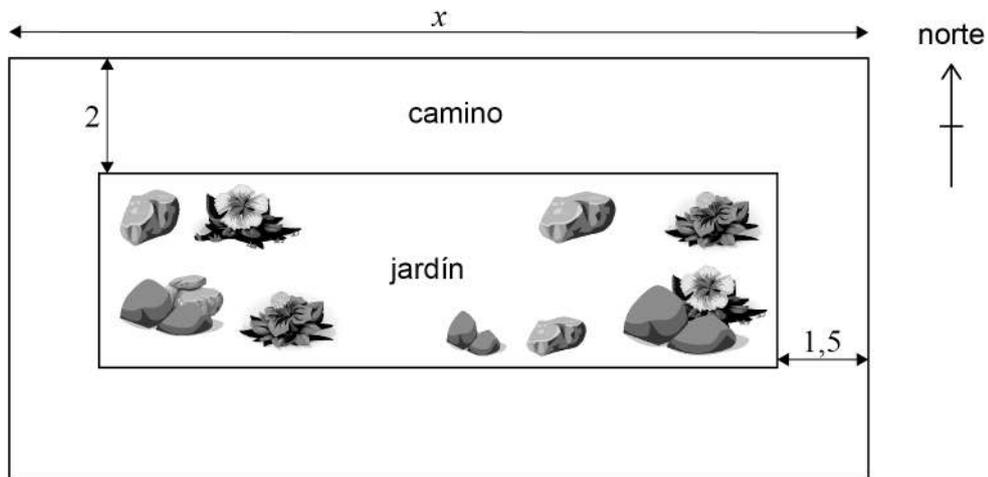
Un parque dado consta de un jardín rectangular, de $A \text{ m}^2$ de área, y de un camino de cemento que lo rodea. El área total del parque son 1200 m^2 .

En los lados norte y sur del parque, el camino tiene una anchura de 2 m.

En los lados oeste y este del parque, el camino tiene una anchura de 1,5 m.

La longitud del parque (es decir, de los lados norte y sur) es igual a x metros, $3 < x < 300$.

la figura no está dibujada a escala



- (a) (i) Escriba la longitud del jardín en función de x .
- (ii) Halle una expresión que dé la anchura del jardín en función de x .
- (iii) A partir de lo anterior, muestre que $A = 1212 - 4x - \frac{3600}{x}$. [5]
- (b) Halle las posibles dimensiones del parque si el área del jardín fuera igual a 800 m^2 . [4]
- (c) Halle una expresión para $\frac{dA}{dx}$. [3]
- (d) Utilice la respuesta del apartado (c) para hallar el valor de x que maximiza el área del jardín. [2]
- (e) Halle el área máxima posible del jardín. [2]

Fuentes:

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023